

# V.

## Matemáticas

### INTRODUCCIÓN

227

En la escuela, cualquier programa exitoso para la enseñanza de las matemáticas a niños pequeños, sigue estas tres reglas cardinales: 1) práctica, 2) práctica, y 3) práctica. Esto, por supuesto, no implica una repetición sin sentido, sino una práctica variada y cuidadosa, en la que los niños tengan la oportunidad de enfocar los problemas de distintos ángulos, en los cuales, al tiempo que proceden a aprender nuevos factores y operaciones, puedan también revisar y reforzar su aprendizaje inicial. Los psicólogos especializados en la materia explican que el ganar habilidad a través de la práctica, no se opone a la comprensión matemática, pero es, de hecho, el pre-requisito para resolver problemas reflexivamente. Aquéllos que toman posiciones extremas que polarizan la práctica y la solución de problemas, están simplificando demasiado los temas.

Algunas personas bien intencionadas temen que la práctica en las matemáticas—por ejemplo memorizar sumas y restas hasta el 18, y hacer repetidas hojas de multiplicaciones, conducen a que se perciba como una fastidiosa labor. Nada más alejado de la verdad. Lo que destruye el entusiasmo por aprender matemáticas no es la práctica, sino la ansiedad—ansiedad que proviene del sentimiento de ser estúpido para las matemáticas, o de sentir que no se posee el “talento especial” para éstas.

Los programas escolares más efectivos de matemáticas que conocemos, incorporan el principio de la revisión sucesiva. Los psicólogos dicen que la revisión sucesiva consiste en que, una vez que se ha introducido un nuevo concepto, éste se presenta de nuevo en forma consciente y regular en ejercicios posteriores, incrementando gradualmente su profundidad y dificultad. Esta característica en los materiales de matemáticas ayuda a cultivar en el niño el entendimiento automático de lo que se va a hacer. Cuando los niños alcanzan el punto en que automáticamente conocen los hechos básicos—cuando, por ejemplo, pueden decir al instante cuánto es  $9 + 8$ —entonces, y sólo entonces, su mente queda libre para enfrentar problemas que implican un mayor reto, y que requieran aplicación y extensión de habilidades o conceptos ya aprendidos. Los programas escolares que ofrecen una revisión sucesiva, y a la vez variadas oportunidades para resolver problemas, tienden a obtener los mejores resultados.

En las páginas siguientes presentamos un breve bosquejo explicativo de las habilidades matemáticas que deben formar parte de una sólida educación en el segundo grado. Debemos enfatizar, sin embargo, que este bosquejo *no intenta constituir un programa*

*matemático completo*. En estas páginas se trata de proporcionar un suplemento útil para el chequeo y la revisión en casa, pero en la escuela los niños necesitan oportunidades más extensas e intensivas para practicar y repasar, de lo que se ofrece en estas páginas.

### **Materiales sugeridos**

*Family Math* por Jean Kerr Stenmark, Virginia Thompson, y Ruth Cossey (Universidad de California, Berkeley, 1986); para ordenar llame al 510-642-1910.

Software: *Math Blaster* (Davidson); *Math Workshop* (Broderbund)

## **Trabajando con números hasta el 100**

### **Contar salteándose**

*Mario*: ¿Puedes contar súper rápido hasta cien?

*Dana*: Claro. Uno, dos, me salto un poco, ¡cien!

La manera de contar de Dana es un truco, pero tú conoces mejores formas para contar rápidamente hasta cien, como por ejemplo, contar de cinco en cinco o de diez en diez. Inténtalo. Cuenta en voz alta de cinco en cinco hasta cien. Luego cuenta de diez en diez hasta cien.

Cuando cuentas de esa manera te estás “salteando” porque te saltas algunos números. También debes aprender a contar de dos en dos y de tres en tres. Ahora practica leyendo sólo los números que están en color en las líneas de abajo. Sigue practicando hasta que puedas hacerlo sin mirar los números.

#### **NÚMEROS**

### **Algunas palabras especiales de las matemáticas**

Cuando sumas números, los números que estás sumando se llaman *sumandos*. Al resultado que obtienes se le llama la *suma*.

#### **OPERACIÓN**

Puedes tener más de dos sumandos. Aquí, ¿cuáles son los sumandos?

#### **OPERACIÓN**

Cuando restas, al número que queda se le llama *diferencia*. En  $9 - 7 = 2$ , la diferencia es 2. Acá, ¿cual es la diferencia?

**OPERACIÓN.**

## Números pares e impares

Intenta esto. Junta una pequeña pila de crayolas. Cuenta cuántas hay y luego acomódalas en pares. Una vez que las has acomodado en pares, ¿te sobra alguna? Si no te sobra ninguna, entonces quiere decir que cogiste un número *par* de crayolas. Si te sobra una, entonces cogiste un número *impar* de crayolas.

**ILUSTRACIÓN.** *Acá hay 11 crayolas. 11 es un número impar.*

Cuando empiezas en 0 y cuentas de dos en dos, estás nombrando números pares. Los números pares hasta 30, son:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

Cuando empiezas en 1 y cuentas de dos en dos, estás nombrando números impares. Los números impares hasta 30, son:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29

¿Puedes decir cuál es el número par que sigue de 30? ¿Puedes nombrar el siguiente número impar después del 29?

## Entre, uno más y uno menos

Cuando un número está en el centro de otros dos números, decimos que está *entre* ellos. Por ejemplo, 7 está entre 6 y 8. ¿Qué número está entre 11 y 13? (12) ¿Qué números están entre el 5 y el 9? (6, 7 y 8)

Tú sabes que el 9 viene justo antes del 10. Otra forma de decirlo es, que 9 es uno menos que 10. Puedes decir que el 11 viene justo después del 10, o que 11 es uno más que 10. Si yo te doy un número, ¿puedes decirme cuál es uno más y cuál es uno menos que ese número? Tratemos de hacerlo. El número es 7. ¿Cuál es uno menos que 7? ¿Cuál es uno más que siete? Practica diciendo cuál número es uno menos y uno más que cualquier número hasta el 100. Intenta con estos:

5                      19                      30                      43

## Llevando la cuenta con palitos

Imagínate que estás en un juego de básquetbol y quieres contar cuántos puntos anota tu jugador favorito, así que usas *palitos*. Vas marcando una pequeña línea vertical por cada punto que el jugador anota. Después de su primera canasta, que vale dos puntos, haces dos líneas como éstas:

### ILUSTRACIÓN

Después de su siguiente canasta, marcas dos puntos más, los que hacen un total de cuatro, así:

### ILUSTRACIÓN

Luego marca un tiro libre, que vale sólo un punto. ¿Cuántos puntos hace eso en total? Hasta ahora, cinco. Cuando llegas a cinco con los palitos, haces una línea atravesada, de la siguiente manera:

### ILUSTRACIÓN

Más tarde, al terminar el juego, cuentas rápidamente cuántos grupos de cinco hay, para saber cuántos puntos anotó tu jugador favorito. ¿Viendo estos palitos puedes decir cuántos puntos anotó?

### ILUSTRACIÓN

¡Qué bien! 27 puntos—¡buen juego!

## Usando gráficos

Los niños del salón de la Sra. Chen escogen su fruta preferida. Para ello, ponen las opciones en un gráfico como éste:

### DIAGRAMA

Llamamos a este tipo de gráfico “gráfico de barras” porque muestra la información en forma de barras. Un gráfico de barras puede hacerse también de la siguiente forma:

### DIAGRAMA

Este gráfico muestra las mascotas preferidas de los niños en el salón del Sr. Levy. Mirando rápidamente al gráfico, sin leer ningún número, ¿puedes decir cuál es la mascota preferida por la mayoría de niños? Ahora lee el gráfico y dime a cuántos niños les gustan más los perros, a cuántos los gatos, a cuántos los pájaros y a cuántos los peces.

## Escribiendo los números como palabras

¿Puedes escribir las palabras para los números del 1 al 10? Debes aprender también a escribir las palabras que corresponden a los números del once al trece.

|    |         |    |            |
|----|---------|----|------------|
| 11 | once    | 16 | dieciséis  |
| 12 | doce    | 17 | diecisiete |
| 13 | trece   | 18 | dieciocho  |
| 14 | catorce | 19 | diecinueve |
| 15 | quince  | 20 | veinte     |

Practica escribiendo esas palabras hasta que lo puedas hacer con facilidad. También practica escribiendo las palabras para las decenas hasta cien.

|    |           |     |         |
|----|-----------|-----|---------|
| 10 | diez      | 60  | sesenta |
| 20 | veinte    | 70  | setenta |
| 30 | treinta   | 80  | ochenta |
| 40 | cuarenta  | 90  | noventa |
| 50 | cincuenta | 100 | cien    |

Una vez que conozcas estas palabras, podrás escribir las palabras correspondientes a cualquier número hasta 100. Acá tenemos algunos ejemplos:

21 veintiuno      45 cuarenta y cinco      83 ochenta y tres

¿Puedes escribir las palabras que corresponden a estos números?

14                      33                      42                      59                      76

## Lectura de una recta numérica

### DIAGRAMA

Esta es una recta numérica. La recta numérica muestra los números en orden. Tiene flechas porque los números son infinitos. Todos los números que has aprendido, y muchos más, se pueden mostrar en una recta numérica.

Puedes utilizar la recta numérica para practicar sumas y restas. Por ejemplo, para hallar la suma de  $7 + 4$  en una recta numérica, primero avanza hasta el 7. Luego avanza cuatro números más. ¿En qué número quedaste? En el 11. Entonces,  $7 + 4 = 11$ .

### DIAGRAMA

También puedes usar la recta numérica para practicar restas. Por ejemplo, para hallar la diferencia de  $32 - 7$ , avanza primero en la recta numérica hasta el 32.

### DIAGRAMA

Luego retrocede 7 números.

### DIAGRAMA

¿En qué número terminaste? En el 25. Entonces, con la ayuda de una recta numérica puedes saber que  $32 - 7 = 25$ .

234

## Revisión: factores de adición hasta 12

Revisa estos factores de adición con sumas hasta 12. Practícalos hasta que te aprendas las sumas sin tener que detenerte a contar.

**TABLAS.** *Factores de adición con sumas hasta el 12.*

235

## Revisión: factores de sustracción hasta 12

Revisa estos factores de sustracción de números hasta el 12. Practica hasta que los hayas aprendido bien.

**TABLAS.** *Factores de sustracción hasta el 12.*

236

## Factores de adición con sumas de 13, 14, 15, 16, 17 y 18

Ya has aprendido muy bien los factores de sumas hasta el 12, ¿verdad? (Mira la página 234 si quieres revisarlas o practicarlas.) Ahora tenemos acá más factores de adición con sumas hasta el 18. Apréndelas muy bien, para que puedas dar las respuestas rápidamente sin detenerte a contar.

**TABLAS.** *Factores de adición con sumas hasta el 18.*

## Factores de sustracción de 13, 14, 15, 16, 17 y 18

En el primer grado aprendiste los factores de sustracción hasta el 12. (Mira la página 235 si quieres repasar o practicarlas.) Acá tenemos más factores de sustracción, con números hasta el 18. Apréndetelos muy bien para que puedas resolver los problemas de sustracción rápida y fácilmente.

**TABLAS.** Factores de sustracción hasta el 18.

## Sumas en orden indistinto y sumas de tres números

237

No importa en qué orden sumes los números, el resultado será el mismo.

$$9 + 4 = 13 \quad \text{y} \quad 4 + 9 = 13 \qquad 7 + 12 = 19 \quad \text{y} \quad 12 + 7 = 19$$

Por esa razón puedes chequear tus resultados haciendo las sumas en orden diferente. Por ejemplo, cuando sumas tres números, empieza sumando los dos primeros, de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ \hline +5 \\ 12 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ \hline +5 \\ 12 \end{array}} \right\} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \\ \hline +5 \\ 12 \end{array}$$

Luego chequea el resultado sumando, de esta manera:

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ \hline +5 \\ 12 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ \hline +5 \\ 12 \end{array}} \right\} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \\ \hline +8 \\ 12 \end{array}$$

De cualquier forma, no importa en qué orden los sumes, obtendrás la misma suma.

## Dobles y mitades

238

Al sumar un número a sí mismo, estás doblando el número. Cuando sumas, por ejemplo, 3 y 3, estás doblando el tres.  $3 + 3 = 6$ , entonces “el doble de 3 es 6.”

Practica doblando los números desde el 1 hasta el 9, hasta que los hayas aprendido perfectamente.

## OPERACIONES

Observa las sumas de dobles. ¿Puedes ver un patrón? ¿Ves cómo las sumas suben de dos en dos? ¿Te has dado cuenta también que cuando doblas un número, el resultado es siempre un número par? Aun cuando el número que dobles sea impar, el doble de éste será par. Inténtalo: dobla 3 y obtendrás un 6. Dobla 5 y obtendrás un 10. Entonces, podemos decir que todos los números pares son números dobles. ¿Qué número se dobla para obtener el 2? ¿Y para obtener el 6?

Los dobles te pueden ayudar cuando sumas. Si sabes que  $7 + 7 = 14$ , entonces puedes saber rápidamente cuánto es  $8 + 7$ . Tú sabes que 8 es uno más que 7. Entonces,  $8 + 7$  tiene que ser uno más que  $7 + 7$ .

$$7 + 8 \text{ es lo mismo que } 7 + 7 + 1$$

$$7 + 8 = 14 + 1$$

$$7 + 8 = 15$$

Trata de trabajar con algunos de estas operaciones de “dobles más uno.” ¿Cuánto es  $6 + 7$ ?

$$6 + 7 \text{ es lo mismo que } 6 + 6 + 1$$

$$6 + 7 = 12 + 1$$

$$6 + 7 = 13$$

Ahora intenta resolver estas operaciones de dobles más uno tú solo.

$$5 + 6 = \underline{\quad} \quad 9 + 8 = \underline{\quad} \quad 8 + 7 = \underline{\quad}$$

239

Si te aprendes los dobles hasta 20, sabrás también cómo dividir números en mitad. Si cortas una rebanada de pan en dos partes iguales, cada parte es una mitad. Igualmente, cuando se divide un número en dos partes iguales, cada parte es una mitad.

¿Cuál es la mitad de 8? Sabrás la respuesta si sabes qué número doblaste para llegar a 8. Doblaste el 4 para obtener 8. Entonces, 4 es la mitad de 8.

¿Qué número doblas para llegar a 4? Para llegar a 4 doblas el 2. Entonces, la mitad de 4 es 2. ¿Qué número doblas para obtener 12? Para obtener 12 doblas el 6. Entonces, la mitad de 12 es 6. ¿Puedes decirme cuál es la mitad de 6?

**ILUSTRACIÓN.** ¿Cuál es la mitad de 6?

¿Cuántos objetos hay en una docena? En una docena hay 12 objetos. Entonces, si yo te pido que compres media docena de huevos, ¿cuántos deberás comprar?

## Sumas de 10

Todos los problemas de la parte inferior suman 10. ¿Puedes poner el número que falta en cada operación?

### PROBLEMAS

Practica tus sumas de 10, porque si te sabes muy bien los números que suman 10, podrás realizar con mucha facilidad un montón de operaciones matemáticas.

## Comprobación de sumas y restas

240

La suma es lo contrario de la resta. Por eso, se puede comprobar el resultado de una resta, haciendo una suma, como en el ejemplo siguiente:

$$\begin{array}{r} 17 \\ -9 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +9 \\ \hline 17 \end{array}$$

Cuando haces la comprobación tienes que terminar con el mismo número que empezaste. Empezaste restando del 17. Al chequear, sumas 8 y 9, obteniendo 17; de esta manera sabes que obtuviste el resultado correcto.

También puedes comprobar una suma haciendo una resta, como en el siguiente ejemplo:

$$\begin{array}{r} 8 \\ +5 \\ \hline 13 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ -5 \\ \hline 8 \end{array}$$

## Familias de factores

Una familia de factores junta factores de adición con sus factores opuestos de sustracción. Esta es una familia de factores que seguramente tú conoces:

$$\begin{array}{l} 5 + 2 = 7 \\ 2 + 5 = 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 - 2 = 5 \\ 7 - 5 = 2 \end{array}$$

Practica formando familias de factores con los nuevos factores de adición y sustracción que has aprendido y utilizando números hasta el 18. Por ejemplo:

$$\begin{array}{l} 9 + 4 = 13 \\ 4 + 9 = 13 \end{array} \quad \begin{array}{l} 13 - 4 = 9 \\ 13 - 9 = 4 \end{array}$$

¿Te das cuenta que hacer familias de factores es como chequear sumas con restas y restas con sumas?

Acá tienes dos factores de adición más. ¿Puedes dar el resto de factores en cada familia de factores?

$$\begin{array}{cccc} 9 + 7 = 16 & \underline{\hspace{2cm}} & 8 + 5 = 13 & \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} & \underline{\hspace{2cm}} & \underline{\hspace{2cm}} & \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

### Halla los números que faltan

Practica en hallar los resultados de operaciones con un número faltante, como en el siguiente ejemplo:

$$7 + \underline{\hspace{1cm}} = 12 \quad (\text{El número faltante es el } 5).$$

$$\underline{\hspace{1cm}} - 6 = 7 \quad (\text{El número que falta es el } 13).$$

Cuando te aprendes de memoria los factores de adición y sustracción, puedes resolver rápidamente operaciones en las que falta un número. Sólo mirando esta operación, ¿puedes decirme cuál es el número que falta?

$$3 + \underline{\hspace{1cm}} = 5$$

Puede ser que algunas veces necesites calcular el número que falta. Puedes hacerlo pensando en lo que has aprendido sobre las familias de factores, y chequeando sumas con restas, así como restas con sumas. Ya sabes que las sumas y restas son opuestas. Entonces, mira esta operación:

$$9 + \underline{\hspace{1cm}} = 17$$

Si no puedes calcular al instante el número que falta, puedes calcularlo invirtiendo la operación, de adición a sustracción.

$$17 - 9 = 8$$

Entonces, el número que falta es el 8.

$$9 + 8 = 17$$

Para calcular el número que falta en una operación de sustracción, puedes invertir la operación a una adición. Por ejemplo:

$$\underline{\hspace{1cm}} - 8 = 5$$

Puedes hallar el número que falta sumando 5 y 8.

$$5 + 8 = 13$$

Entonces, el número faltante es el 13.

$$13 - 8 = 5$$

Practica haciendo operaciones con números faltantes. Para empezar acá tienes algunas.

### PROBLEMAS

## Problemas de números faltantes con mayor que y menor que

¿Recuerdas los signos para mayor que y menor que? El signo  $>$  significa “mayor que.” El signo  $<$  significa “menor que.” Si ves  $10 > 8$ , debes leerlo «diez es mayor que ocho.» Trata de leer en voz alta lo siguiente:

$$9 > 7 \quad 7 + 6 > 5 + 6 \quad 23 < 72 \quad 5 - 8 < 11$$

Puedes hacer problemas de números faltantes con los signos de mayor que y menor que. En estos casos puede haber más de una respuesta correcta, por ejemplo:

$$15 - \underline{\quad} > 11$$

Puedes llenar el espacio en blanco con 0, 1, 2, o 3. Todos esos números son correctos. Trata de resolver estas operaciones:

$$7 + \underline{\quad} < 12 \quad 13 - \underline{\quad} > 8$$

## Trabajando con ecuaciones

Cuando escribes  $7 - 4 = 3$ , o  $5 + 3 = 8$ , estás escribiendo una ecuación. Una ecuación compara los números usando el signo igual:  $=$ . Como sabes, el signo igual significa “es lo mismo que.” Todas estas son ecuaciones:

$$7 + 7 = 14 \quad 36 = 36 \quad 4 + 1 = 9 - 4$$

Si haces un cambio en uno de los lados de la ecuación, tendrás que hacer el mismo cambio en el otro lado, de manera que ambos lados queden iguales. Por ejemplo,

digamos que estamos sumando triángulos. Fíjate en los grupos de triángulos de esta figura:

### ILUSTRACIÓN

Podemos hacer una ecuación con números para representar nuestros grupos de triángulos:

$$3 + 5 = 8$$

Ahora, si agrego 2 triángulos en el lado en que hay 3 y 5 triángulos, ¿qué tendré que hacer en el lado que tiene 8 triángulos, si quiero que ambos lados queden iguales? Tengo que agregar 2 triángulos también a los 8 triángulos.

### ILUSTRACIÓN

En una ecuación, si agregamos 2 a un lado, tenemos que agregar 2 al otro lado también:

$$2 + 3 + 5 = 2 + 8$$

## Decenas y unidades

Ya tú sabes que una decena es lo mismo que 10 unidades.

### FIGURA

Si tienes 27 objetos, entonces tienes 2 decenas y 7 unidades. Puedes escribir 27 como una suma de decenas y unidades:

$$27 = 20 + 7$$

¿Cuántas decenas hay en 34? ¿Y cuántas unidades? Entonces, puedes escribir 34 como una suma de decenas y unidades:

$$34 \text{ es lo mismo que } 30 + 4$$

Practica escribiendo algunos números como una suma de decenas y unidades. Por ejemplo, puedes escribir 46 como  $40 + 6$ . Siguiendo ese patrón, ¿cómo escribirías 77? ¿Y cómo escribirías 32, 56 y 98?

## Sumando números de dos dígitos

“Dígito” es otra palabra con que se denomina a cualquiera de los números entre el 0 y el 9. El número 43 tiene dos dígitos, un 4 y un 3. Como sabes, 43 es cuatro decenas y 3 unidades. Cuando vemos los dígitos en el número 43, decimos que 4 está en el lugar de las decenas y 3 está en el lugar de las unidades.

Para sumar números de dos dígitos, primero tienes que sumar las unidades y después las decenas. Cuando escribimos una operación de adición con números de dos dígitos, decimos que los números que ocupan el lugar de las unidades están en la columna de unidades, y que los números que ocupan el lugar de las decenas están en la columna de decenas. Veamos esta suma:

$$\begin{array}{r} \text{decenas} \\ \text{unidades} \\ 23 \\ +35 \\ \hline \end{array}$$

Primero sumamos los números que están en la columna de unidades. Suma 3 y 5, y el resultado será 8. Luego suma los números de la columna de decenas. Suma 2 y 3, y el resultado será 5. Pero en realidad estás sumando 2 decenas más 3 decenas, lo que hace 5 decenas, ó 50. Entonces, la suma es 5 decenas más 8 unidades, ó  $50 + 8$ , lo que da un resultado de 58.

$$\begin{array}{r} \text{decenas} \\ \text{unidades} \\ 23 \\ +35 \\ \hline 58 \end{array}$$

Algunas veces, cuando sumas números de dos dígitos, tienes que “reagruparlos.” Veamos, por ejemplo, esta operación:

$$\begin{array}{r} 48 \\ +26 \\ \hline \end{array}$$

Empiezas sumando los números de la columna de unidades. Al sumar  $8 + 6$ , obtienes 14 unidades. Tú sabes que 14 es lo mismo que  $10 + 4$ . Entonces, necesitas “reagrupar” 14 en una decena y 4 unidades. El 4, que significa 4 unidades, lo tienes que escribir debajo de la columna de unidades. Luego escribes el 1, que significa 1 decena, encima de la columna de decenas, y lo sumas a las otras decenas.

Suma las unidades y reagrupa.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ +26 \\ \hline 4 \end{array}$$

Ahora suma las decenas.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ +26 \\ \hline 74 \end{array}$$

En total tienes 7 decenas y 4 unidades, lo que hace una suma de 74.

Cuando escribes una nueva decena encima de la columna de decenas, se dice que estás “llevando.” En la operación anterior, cuando sumaste los números de la columna de unidades, obtuviste 14. El cuatro lo escribiste debajo de la columna de las unidades. Luego escribiste un 1 (por 1 decena) encima de la columna de decenas, lo que equivale a decir que “llevaste el 1” (de 1 decena) a la columna de decenas.

### Comprobación de sumas cambiando el lugar de los sumandos

No importa en qué orden sumas los números; la suma será siempre la misma:  $7 + 3 = 10$  y  $3 + 7 = 10$ . Por ello, puedes comprobar el resultado de una operación de adición escribiendo los sumandos en distinto orden y volviéndolos a sumar. En ambos casos debes obtener el mismo resultado.

Cambia el orden de los sumandos:

$$\begin{array}{r} 37 \\ +55 \\ \hline 92 \end{array} \quad \begin{array}{r} 55 \\ +37 \\ \hline 92 \end{array}$$

### Sumas de tres números

Tratemos ahora de sumar tres números. Primero suma los números de la columna de unidades. Si estos suman más de 10, necesitarás reagrupar y llevar.

$$\begin{array}{r}
 \text{decenas} \\
 \text{unidades} \\
 43 \\
 28 \\
 +14 \\
 \hline
 \end{array}$$

Al sumar  $3 + 8 + 4$ , obtienes como resultado 15. Entonces necesitas reagrupar. Escribe el 5 debajo de la columna de unidades y lleva el 1 (de 1 decena) encima de la columna de decenas. Suma los números de la columna de decenas (no te olvides de sumar el 1 que llevaste) y así obtendrás el resultado.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 43 \\
 28 \\
 +14 \\
 \hline
 \end{array}$$

## Substracción de números de dos dígitos

248

Para restar de un número que tiene dos dígitos, primero restas los números de la columna de las unidades. Aquí tienes un ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 97 \\
 -55 \\
 \hline
 \end{array}$$

Empiezas restando las unidades:  $7 - 5$  y quedan 2. Escribes el 2 debajo de la columna de las unidades. Luego restas las decenas. Al quitarle 5 decenas a 9 decenas, la diferencia es 4 decenas. Debes escribir 4 en la parte inferior de la columna de las decenas.

Resta las unidades.

$$\begin{array}{r}
 \text{decenas} \\
 \text{unidades} \\
 97 \\
 -55 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Resta las decenas.

$$\begin{array}{r}
 \text{decenas} \\
 \text{unidades} \\
 97 \\
 -55 \\
 \hline
 42
 \end{array}$$

Algunas veces, cuando restas necesitas reagrupar. Pero en vez de convertir 10 unidades en 1 decena, reagrupas una decena en 10 unidades. Veamos cómo se hace esto. Imagínate que tienes 27 lápices y quieres llevarte 9 lápices. ¿Cuántos quedarán?

Escribamos esto como un problema de sustracción.

$$\begin{array}{r} 27 \\ -9 \\ \hline \end{array}$$

Mira los números de la columna de las unidades. Quieres quitar nueve, pero sólo tienes allí 7 unidades. Recuerda, sin embargo, que 27 es lo mismo que 2 decenas y 7 unidades.

249

### ILUSTRACIÓN

Toma 1 de esas decenas y reagrupala con las unidades. Eso te dejará con 1 decena y 17 unidades.

### ILUSTRACIÓN

Has reagrupado 2 decenas y 7 unidades en 1 decena y 17 unidades. A esto, algunos le llaman “prestar.” Has prestado 1 decena de la columna de decenas y la has puesto en la columna de las unidades. Ahora ya sabes como restar 9 de 17. Eso te deja con 8 unidades. Pero no te olvides que todavía te queda una decena. Entonces,  $27 - 9 = 18$ .

Hagamos algunas operaciones más de sustracciones reagrupando, y aprendamos una manera de escribir estas operaciones para que cada paso que sigas quede bien claro. Mira las columnas en esta operación:

$$\begin{array}{r} 65 \\ -48 \\ \hline \end{array}$$

8 es mayor que 5, entonces a 5 no le puedes quitar 8. Necesitas reagrupar. Tú sabes que 65 es lo mismo que  $60 + 5$ , o que 6 decenas y 5 unidades. Toma 1 decena y agrégala a las 5 unidades.

250

¿Con cuánto te quedas? Con 5 decenas y 15 unidades. Tacha el 6 de la columna de las decenas y escribe encima el 5. Tacha el 5 que hay en el lugar de las unidades y escribe 15 encima de éste. Ahora puedes restar fácilmente. Recuerda, debes empezar con las unidades.

Resta las unidades.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{l} \text{decenas} \\ \text{unidades} \end{array} \\ \begin{array}{r} 5 \ 15 \\ \cancel{6} \ \cancel{5} \\ -4 \ 8 \\ \hline 7 \end{array} \end{array}$$

Resta las decenas.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{l} \text{decenas} \\ \text{unidades} \end{array} \\ \begin{array}{r} 5 \ 15 \\ \cancel{6} \ \cancel{5} \\ -4 \ 8 \\ \hline 1 \ 7 \end{array} \end{array}$$

## Comprobando sustracciones de dos dígitos

Recuerda que la sustracción es la operación opuesta a la adición, así que puedes comprobar sustracciones mediante adiciones. Aquí tenemos una operación de sustracción:

$$\begin{array}{r} 62 \\ -35 \\ \hline 27 \end{array}$$

Puedes comprobar esta operación yendo de abajo hacia arriba y convirtiéndola en una operación de adición. La suma debe ser igual al número del cual restaste, que es 62. ¿Está correcta?

$$\begin{array}{r} 27 \\ +35 \\ \hline \end{array}$$

## Sumando y restando verticalmente, horizontalmente y mentalmente

251

Tú sabes que las operaciones de adición y sustracción se pueden escribir de dos maneras: en forma transversal o de arriba hacia abajo. Cuando una operación está escrita transversalmente, se dice que está escrita horizontalmente, y cuando está escrita de arriba hacia abajo, se dice que está escrita verticalmente. Pero de cualquier manera que se escriba, el resultado debe ser el mismo.

| <i>Horizontal</i> |                 | <i>Vertical</i>                                       |
|-------------------|-----------------|---|
| $11 + 17 = 28$    | es lo mismo que | $\begin{array}{r} 11 \\ +17 \\ \hline 28 \end{array}$ |
| $23 - 12 = 11$    | es lo mismo que | $\begin{array}{r} 23 \\ -12 \\ \hline 11 \end{array}$ |

Cuando ves una operación de adición de dos dígitos escrita horizontalmente, resulta fácil resolverla escribiéndola otra vez, pero verticalmente. Por ejemplo, ¿cuánto suman  $12 + 39$ ? Escribe de nuevo la operación verticalmente, asegurándote de mantener todas las unidades y las decenas en sus respectivas columnas.

Vuelve a escribirlo  
verticalmente

$$\begin{array}{r} \text{decenas} \\ \text{unidades} \\ 12 \\ +39 \\ \hline \end{array}$$

Sumas las unidades

$$\begin{array}{r} \text{decenas} \\ \text{unidades} \\ 12 \\ +39 \\ \hline 1 \end{array}$$

Suma las decenas

$$\begin{array}{r} \text{decenas} \\ \text{unidades} \\ 12 \\ +39 \\ \hline 51 \end{array}$$

252

Aquí hay una forma de resolver mentalmente una operación horizontal de adición de dos dígitos. Intenta resolver este problema: halla la suma de  $57 + 32$ . Primero, separas los números en decenas y unidades: 57 es lo mismo que  $50 + 7$ . 32 es lo mismo que  $30 + 2$ . Mentalmente, suma las decenas:  $50 + 30$  es 80. Ahora suma las unidades:  $7 + 2$  es 9. Entonces, la suma es  $80 + 9$ , ú 89.

Si necesitas resolver una operación de sustracción escrita horizontalmente, puedes escribirla de nuevo, pero verticalmente:

$$65 - 43 = \underline{\quad} \quad \text{escrita verticalmente es así} \quad \begin{array}{r} 65 \\ -43 \\ \hline \end{array}$$

También puedes ver la operación horizontalmente, tal como está escrita, e intentar resolverla mentalmente. Trata de encontrar la diferencia entre  $65 - 43$ . Separa los números en decenas y unidades: 65 es lo mismo que  $60 + 5$ , y 43 es lo mismo que  $40 + 3$ .  $60 - 40 = 20$ , y  $5 - 3 = 2$ . Entonces, la diferencia es 22.

No es fácil sumar y restar mentalmente cuando tienes que reagrupar. Si ése es el caso, probablemente quieras escribir otra vez la operación, pero verticalmente.

Pero aun cuando necesitas reagrupar, puedes aprender a sumar y restar en la cabeza si piensas en el factor matemático que ya conoces. Por ejemplo, para resolver:

$$28 + 6 = \underline{\quad}$$

piensa primero en lo que ya sabes.

Tú sabes que  $8 + 6 = 14$ .

Así que mentalmente vas a reagrupar

28 como  $20 + 8$ , de esta forma:

Luego suma  $8 + 6$ , que como ya sabes, es 14:

Ahora puedes imaginar la suma en la cabeza:

$$20 + 8 + 6 = \underline{\quad}$$

$$20 + 14 = \underline{\quad}$$

$$20 + 14 = 34$$

Intentemos resolver mentalmente una operación de sustracción.

$$35 - 8 = \underline{\quad}$$

Tú sabes que  $15 - 8 = 7$ .

Entonces, reagrupa mentalmente 30 como  $20 + 15$ ,

de esta forma:

$$20 + (15 - 8) = \underline{\quad}$$

Luego réstale 8 al 15, que como ya sabes, es 7.

$$20 + 7 = \underline{\quad}$$

Ahora puedes imaginar la respuesta en tu cabeza:

$$20 + 7 = 27$$

Entonces,  $35 - 8 = 27$

Al principio puede parecer difícil resolver operaciones como éstas mentalmente, pero sigue tratando. Con la práctica se te hará más fácil y luego estarás listo para resolver problemas aún más difíciles e interesantes. Cuando te sientas listo para un reto, intenta hacer estas operaciones mentalmente:

$$38 + 7 = \underline{\quad} \quad 43 - 8 = \underline{\quad} \quad 25 + 8 = \underline{\quad} \quad 65 - 6 = \underline{\quad}$$

## Sumando y restando 9 mentalmente

Para resolver operaciones que requieran sumar o restar 9, puedes usar un pequeño truco. Por ejemplo:  $25 + 9 = \underline{\quad}$ . Cambia el 9 por 10, e imagínate rápidamente que es  $25 + 10 = 35$ . Ahora, sólo réstale 1 a 35 (porque 10 es 1 más que 9) y obtendrás el resultado: 34. Entonces, para sumar mentalmente 9, una manera corta es sumar 10 y luego quitarle 1.

Ahora, tratemos de restar 9. Esta es la operación:  $53 - 9 = \underline{\quad}$ . Cambia el 9 por 10 y mentalmente imagínate que  $53 - 10 = 43$ . Ahora, como estás restando, y has quitado 1 más que 9, tendrás que sumarle el 1. Súmale 1 a 43 y obtendrás la respuesta: 44. Entonces, para restar 9 mentalmente, la manera corta es restar 10 y luego sumarle 1.

Trata de hacer estas operaciones mentalmente:

$$37 + 9 = \underline{\quad} \quad 76 - 9 = \underline{\quad} \quad 45 + 9 = \underline{\quad} \quad 58 - 9 = \underline{\quad}$$

## Estimando y redondeando a la decena más cercana

A Donny le gusta coleccionar tarjetas de béisbol. Cuando vas a visitarlo, abre una caja y saca de ella una pila de tarjetas. “¡Vaya! ¿Cuántas tarjetas tienes?” le preguntas. “Aproximadamente 300,” te dice Donny.

Algunas veces resulta más fácil decir *aproximadamente* cuánto tienes, en vez de decir

exactamente el número. Cuando dices *aproximadamente* tantas, estás estimando.

En ocasiones, cuando estás sumando o restando, sólo necesitas saber *aproximadamente* cuánto es la respuesta. Cuando no necesitas saber la respuesta exacta, puedes estimar el resultado—puedes imaginarte *aproximadamente* cuánto es. Por ejemplo, ¿cómo estimarías la suma de  $23 + 45$ ? Para empezar, conviertes las cifras en números que son más fáciles de trabajar mentalmente, tales como 10, 20, 30, 40, 50 y así sucesivamente. Entonces, lo que necesitas hacer es *redondear* los números a la decena más cercana.

Veamos lo que significa redondear 23 a la decena más cercana. Observa esta recta numérica.

### DIAGRAMA

Puedes ver que 23 está entre 20 y 30. Pero está más cerca del 20. Entonces, 23 redondeado a la decena más cercana es 20.

¿Cómo se redondea el 45 a la decena más cercana? Para responder esto, necesitas saber una regla especial: *Cuando un número está exactamente entre dos números, éste se redondea a la decena inmediatamente superior.*

### DIAGRAMA

Puedes ver en la recta numérica que 45 está exactamente entre 40 y 50. Entonces lo redondeas hacia arriba, a 50.

Volvamos a nuestra operación de adición: ¿cómo estimarías la suma de  $23 + 45$ ?

$$\begin{array}{r} 23 \quad \text{se redondea a} \quad 20 \\ +45 \quad \text{se redondea a} \quad +50 \\ \hline 70 \end{array}$$

Entonces,  $23 + 45$  es *aproximadamente* 70.

También puedes usar estimados cuando restas números de dos dígitos y sólo necesitas saber *aproximadamente* cuál es la diferencia. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 87 \quad \text{se redondea a} \quad 90 \\ -41 \quad \text{se redondea a} \quad -40 \\ \hline 50 \end{array}$$

Entonces,  $87 - 41$  es *aproximadamente* 50.

## Fracciones

Una fracción es una parte de algo. En el primer grado aprendiste estas fracciones:

$\frac{1}{2}$   
un medio

$\frac{1}{3}$   
un tercio

$\frac{1}{4}$   
un cuarto

### ILUSTRACIÓN

Si algo se divide en cinco partes iguales, cada parte es un quinto, que en números se escribe así:  $\frac{1}{5}$ . Esta es una pizza dividida en 5 tajadas iguales. Cada tajada es  $\frac{1}{5}$ .

Las fracciones tienen un número arriba y uno abajo. El número que está abajo te indica cuántas partes iguales hay. El número que está arriba te indica a cuántas partes iguales te estás refiriendo. Por ejemplo, observa nuevamente la pizza dividida en cinco tajadas iguales; si te comes dos tajadas, ¿qué fracción de la pizza te comiste? Te comiste  $\frac{2}{5}$  (dos quintos).

**ILUSTRACIÓN.** Cada tajada es  $\frac{1}{5}$ .

Mira este círculo. Está dividido en cuatro partes iguales. Una de las partes es azul. ¿Qué fracción del círculo es azul?

### FIGURA

Acá tenemos un rectángulo dividido en seis partes iguales. Cada parte es  $\frac{1}{6}$  (un sexto). Cuatro de las partes del rectángulo son de color azul. ¿Qué fracción es azul?  $\frac{4}{6}$  (cuatro sextos) del rectángulo es azul.

### FIGURA

Este es otro rectángulo que se ha dividido en ocho partes iguales. Cada parte es  $\frac{1}{8}$  (un octavo). Cinco de las partes son azules. ¿Qué fracción es azul?  $\frac{5}{8}$  (cinco octavos) del rectángulo es azul.

### FIGURA

Este círculo tiene diez partes iguales. ¿Cómo crees que se llama cada parte? Cada parte es  $\frac{1}{10}$  (un décimo). Cuenta cuántas partes son de color azul. ¿Qué fracción del círculo es azul?

### FIGURA

También puedes usar fracciones para referirte a partes de un grupo. Por ejemplo: en el salón de clase hay ocho niñas. Tres de ellas están en el equipo de fútbol. ¿Qué fracción de las niñas están en el equipo de fútbol?  $\frac{3}{8}$  (tres octavos) de las niñas están en el equipo de fútbol.